

離散エピポーラ幾何とそれを用いた 3 次元復元

浜中 雅俊[†] 剣持 雪子[†] 杉本 晃宏^{††}

[†] 岡山大学工学部情報工学科

^{††} 国立情報学研究所

E-mail: [†]{hamanaka, kenmochi}@suri.it.okayama-u.ac.jp, ^{††}sugimoto@nii.ac.jp

あらまし 3次元空間内の点を2視点から観測して得られる投影の様子を幾何学的に捉えたエピポーラ幾何は、連続空間で定式化され、3次元復元手法の基礎として重視されてきた。しかし、計算機上で取り扱うデジタル画像は量子化されていて、その最小単位は点ではなく画素である。本稿では、画素を単位とする離散エピポーラ幾何の概念を導入する。具体的には、画像を画素によって離散化された平面として捉え、連続空間での定式化に立脚するエピポーラ幾何に現れる諸概念を離散の立場から数学的に再定義する。そして、それを利用した3次元復元を考察する。

キーワード 離散エピポーラ幾何, 視線錐, 離散エピポーラ線, 画素, 量子化誤差, 3次元復元

Discrete Epipolar Geometry and Its Application to 3D Reconstruction

Masatoshi HAMANAKA[†], Yukiko KENMOCHI[†], and Akihiro SUGIMOTO^{††}

[†] Department of Information Technology, Okayama University

^{††} National Institute of Informatics

E-mail: [†]{hamanaka, kenmochi}@suri.it.okayama-u.ac.jp, ^{††}sugimoto@nii.ac.jp

Abstract Epipolar geometry, which is the basis of three-dimensional reconstruction techniques, gives geometric relationships between projections of a spatial point. In applications, however, we have to consider relationships between pixels instead of points. This is because digital images involve some quantization process and the smallest unit in digital images is a pixel. In this paper, we propose a discrete version of the epipolar geometry, called the discrete epipolar geometry, that gives geometric relationships between pixels rather than points. We then apply this discrete epipolar geometry to three dimensional reconstruction.

Key words discrete epipolar geometry, pyramidal ray of sight, discrete epipolar line, pixels, quantization errors, 3D reconstruction

1. はじめに

デジタル画像を扱う研究分野であるコンピュータビジョンでは、これまで長年にわたって、画像を解析し、元の3次元シーンを復元・認識するための技術が研究されてきた [2], [3], [6], [9]。とりわけ、3次元空間内の点を2視点から観測して得られる投影の様子を幾何学的に捉えたエピポーラ幾何 [12] は、3次元情報復元のための基礎として重視されてきた。

エピポーラ幾何の直感的な解釈は、次のようになる。視点とその視点で観測される点の像とを結び、空間内に直線(視線とよばれている)が定義される。3次元空間内のある点を2視点から観測している状況を考えると、2本の視線が定義される。一般に、空間内の2本の直線はねじれの位置にあり、交点をもたない。しかし、観測しているのは空間内に実在する点なので、定義された2本の視線は交点をもたなければならない。これを幾何学的に捉えたのがエピポーラ幾何であり、その代数的記述がエピポーラ方程式である。このように、エピポーラ幾何は、

3次元から2次元への投影、および、投影像を連続空間で捉え、誤差のない理想的な状況下で成り立つ性質である。

しかし、計算機上で取り扱うデジタル画像は量子化されていて、その最小単位は点ではなく画素である。すなわち、デジタル画像では、点そのものを扱うことができない。事実、エピポーラ方程式に従って実際の画像上で対応画素を選んでも、2本の視線が空間中で交わらないことがあり、そのような場合に復元された点 [5] は、もはや、もとのエピポーラ幾何と整合しない。

従来、デジタル画像の最小単位は画素であるという問題に正面から取り組むことを避け、量子化に起因する誤差を観測誤差の一部とみなすことで点を扱えない問題に対処してきた。そして、実際の画像を扱った際に直面する誤差の問題に対して、考案した手法の有効性を論じてきた。そこでは、主に、(1) 数値実験などによって手法の頑健性を実験的に示す、(2) 誤差の発生モデルを導入し、統計学で得られている結果を利用することで、手法の精度限界や安定性を理論的に示す、のいずれかの方

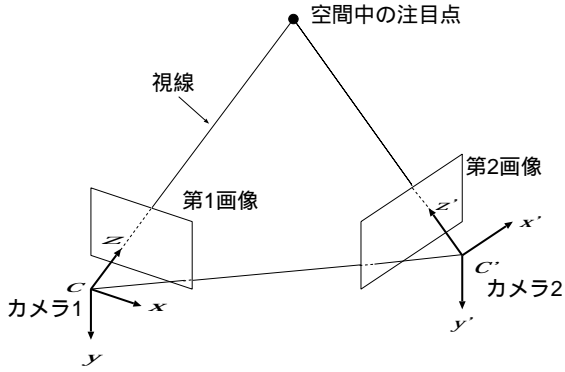


図1 各カメラの投影中心を原点にしたカメラ座標系

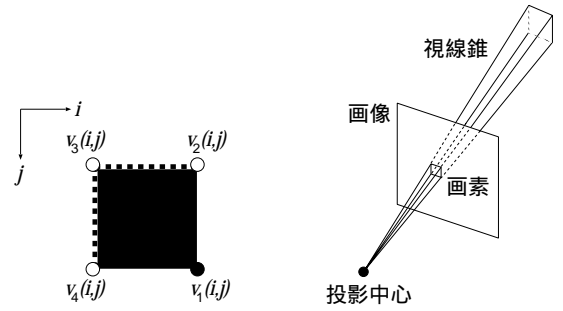


図2 画像上の画素 $(i, j) \in K$ の4 端点と画素に対応する I の領域

図3 視線錐

法がとられてきた (例えば, [4], [7], [8], [10], [13])^(注1) .

これらは, いずれも, 誤差が存在しない理想的な連続空間での定式化に立脚し, 実際の画像を扱うときに存在する誤差を, 量子化誤差と観測誤差とに区別することなく, 理想的な状況からの摂動として捉えるという考え方に基いている. しかし, 本来は, 発生要因が異なり, 異質である量子化誤差と観測誤差とを区別し, まず, 量子化誤差を考慮したコンピュータビジョンの枠組を構築し, その上で, 観測誤差を議論するべきである.

そこで, 本稿では, 画像上での最小単位は画素であるという立場にたち, 画像を画素によって離散化された平面として捉える. そして, 連続空間での定式化に立脚するエピポーラ幾何に現れる諸概念を離散の立場から数学的に再定義することによって, 離散エピポーラ幾何を構築する. 離散エピポーラ幾何を導入することによって, 量子化誤差が存在することを前提とした議論を展開することが可能になる. すなわち, 3次元情報復元をはじめとするコンピュータビジョンにおける問題に対して, その解決手法の量子化誤差に起因する限界を理論的に示すことが可能となる. その例として, 3次元情報復元をとりあげ, これを離散エピポーラ幾何の立場から考察する.

2. 投影像の量子化

カメラの投影中心を原点としたカメラ座標系を C とする (座標系の取り方は図1参照). また, 3次元空間を \mathcal{R}^3 とし (\mathcal{R} は実数), 画像を表す有限な2次元空間を I とする. そして, I の座標系として, 原点が画像の中心と一致し, x 軸, y 軸の向きがそれぞれ C の x 軸, y 軸の向きと一致するような座標系を導入する. また, カメラの焦点距離を f とする.

カメラから観測可能な3次元空間を V とし, V 中の点を $P = (X^p, Y^p, Z^p)$ とする^(注2) と, P を画像上に投影した点 $p = (x^p, y^p)$ は以下のように表される.

$$x^p = f \frac{X^p}{Z^p}, \quad y^p = f \frac{Y^p}{Z^p}.$$

画像は量子化されているので, p の量子化を考える. ここで画像の x 方向の解像度を $1/r_x$, y 方向の解像度を $1/r_y$ とし, Z を整数の集合とする. 画像上の画素 $(i, j) \in \mathcal{Z}^2$ の集合 K を以下のように定義する.

(注1): [1] や [11] にみられるように, 1980年代後半に, ステレオ視における量子化誤差を議論しようという試みもあるが, 当時得られていた知識や知見では, その議論に限界があったようである.

(注2): 本稿ではベクトルを横ベクトルとして表記する.

$$K = \left\{ (i, j) \in \mathcal{Z}^2 \mid r_x \left(i - \frac{1}{2} \right) < x \leq r_x \left(i + \frac{1}{2} \right), \right. \\ \left. r_y \left(j - \frac{1}{2} \right) < y \leq r_y \left(j + \frac{1}{2} \right), (x, y) \in I \right\}.$$

画素 (i, j) に対応する I における領域は, 図2のように4端点 $v_1(i, j), v_2(i, j), v_3(i, j), v_4(i, j)$ に囲まれた領域である. ただし, 点線と白丸は画素の領域として含まない. 画素の4端点のうち, $v_1(i, j)$ だけがその領域に含まれることに注意する. この量子化により, 画像 I 上の全ての点は, 画素領域に重複なく埋め込まれる.

以上の量子化モデルに基づいて, 3次元空間中の点 P に対応する画素 (i^p, j^p) を次のように求めることができる. (i^p, j^p) と (x^p, y^p) には,

$$i^p = \lfloor \frac{x^p}{r_x} + \frac{1}{2} \rfloor, \quad j^p = \lfloor \frac{y^p}{r_y} + \frac{1}{2} \rfloor$$

という関係が成り立つので,

$$i^p = \lfloor \frac{f X^p}{r_x Z^p} + \frac{1}{2} \rfloor, \tag{1}$$

$$j^p = \lfloor \frac{f Y^p}{r_y Z^p} + \frac{1}{2} \rfloor \tag{2}$$

となる.

以上より次の命題が成立する.

[命題1] V 中のすべての点は画像上に対応する画素 $(i, j) \in I$ を1つ持つ.

3. 離散エピポーラ線

画素の大きさを考慮しない場合, カメラの投影中心と注目している点によって視線が定義される. この視線を別の視点から得られた画像に投影すると, 直線 (エピポーラ線) となる. これに対し, 画素の大きさを考えそれを最小単位とした場合, カメラの投影中心と注目している画素により錐体 (四角錐) が構成される. この錐体のことを視線錐 (図3参照) とよぶことにする. 視線錐を別の視点から得られる画像に投影すると, 2本の不等式で定義される領域となる. この領域を画素を単位とした離散領域として捉え, 離散エピポーラ線 (図4参照) とよぶことにする. また, 離散エピポーラ線を定める不等式をエピポーラ不等式とよぶことにする. なお, エピポーラ不等式は, 画素の4端点に対応するエピポーラ線から2本を選ぶことによって得られる.

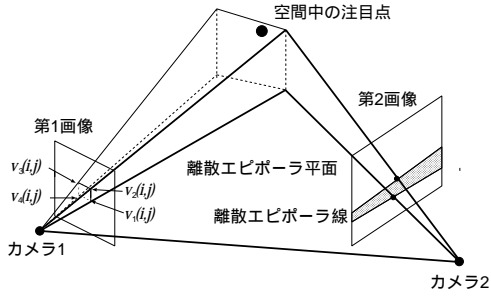


図 4 離散エピポーラ平面と離散エピポーラ線

離散エピポーラ線を定めるエピポーラ不等式は、以下の手順によって求めることができる。

- (1) 画素の 4 端点に対応する 4 本のエピポーラ線を求める。
- (2) 4 本のエピポーラ線から、エピポーラ不等式を導く 2 本のエピポーラ線を選ぶ。
- (3) 選ばれた 2 本のエピポーラ線によってはさまれる領域を 2 つの不等式で表す。

3.1 エピポーラ線

カメラ 1 と 2 のそれぞれのカメラ座標系を C, C' 、画像を表す有限な 2 次元空間を I, I' とする。そして、カメラ 1, 2 の焦点距離を f, f' とする。

第 1 画像上の点を $x = (x, y) \in I \subset \mathcal{R}^2$ とし、 x に対応する第 2 画像上の点を $x' = (x', y') \in I' \subset \mathcal{R}^2$ とする。第 1 画像の座標系とカメラ座標系 C との関係を考えれば、 x をカメラ座標系 C で表すと、 $\tilde{x} = (x, y, f)$ となるのがわかる。同様に x' をカメラ座標系 C' で表すと、 $\tilde{x}' = (x', y', f')$ となる。

C' から C に座標変換する時の回転行列 R と並進ベクトル t から決まる基本行列 E を用いて、 \tilde{x} と \tilde{x}' との関係のよう表すことができる。

$$\tilde{x} E \tilde{x}'^T = 0. \quad (3)$$

(3) はエピポーラ方程式と呼ばれ、第 1 画像、第 2 画像上で対応する点 \tilde{x}, \tilde{x}' が満たすべき拘束式を表している。

第 1 画像上の点 $x \in I$ に対して、第 2 画像上でエピポーラ方程式を満たす点の集合を $L(x) \subset I'$ とすると、

$$L(x) = \{x' \in I' \mid \tilde{x} E \tilde{x}'^T = 0\}$$

と表される。 $L(x)$ は第 1 画像上の点 x に対する第 2 画像上の対応点の存在可能領域であり、第 2 画像上では $L(x)$ は直線になる。この直線はエピポーラ線と呼ばれている。

3.2 画素の 4 端点に対応するエピポーラ線

画素を最小単位とした場合のエピポーラ線を求めるため、第 1 画像上の画素の 4 端点を通る 4 本のエピポーラ線を考える。

第 1 画像上の画素 (i, j) の 4 端点の座標を

$$v_1(i, j) = (r_x(i + \frac{1}{2}), r_y(j + \frac{1}{2})),$$

$$v_2(i, j) = (r_x(i + \frac{1}{2}), r_y(j - \frac{1}{2})),$$

$$v_3(i, j) = (r_x(i - \frac{1}{2}), r_y(j - \frac{1}{2})),$$

$$v_4(i, j) = (r_x(i - \frac{1}{2}), r_y(j + \frac{1}{2}))$$

とする(図 2)。すると、各 $v_k(i, j) \in I$ ($k = 1, 2, 3, 4$) に対してエピポーラ線 $L(v_k(i, j))$ が定まる。

3.3 エピポーラ不等式

4 本のエピポーラ線 $L(v_k(i, j))$ ($k = 1, 2, 3, 4$) に対応するエピポーラ平面を考えると、そのうち 2 本のエピポーラ平面ではさまれる領域に視線錐が存在する。この領域を離散エピポーラ平面(図 4 参照)とよぶことにする。離散エピポーラ平面は、2 つの平面不等式によって表される。一方、離散エピポーラ平面と画像 I' 上の画素集合との交わりが離散エピポーラ線となる。離散エピポーラ線は、離散エピポーラ平面を定める、画素の 2 端点に対応するエピポーラ線ではさまれる領域となる。したがって、離散エピポーラ線は 2 つの不等式(エピポーラ不等式)で表される。

第 1 画像上の画素 (i, j) の 4 端点 $v_k(i, j)$ のカメラ座標系 C での座標を $\tilde{v}_k(i, j)$ とすると、各座標に対するエピポーラ平面の方程式は

$$(t \times \tilde{v}_k(i, j)) X^T = 0$$

となる($k = 1, 2, 3, 4$)。ただし X は、カメラ座標系 C で表現した 3 次元空間内の点の座標である。この 4 つのエピポーラ平面から、離散エピポーラ平面を定める 2 つの端点を選択する。具体的には、 $\tilde{v}_k(i, j)$ 以外のすべての端点 $\tilde{v}_{k'}(i, j)$ ($k' \neq k$) に対して、(4) または (5) が成り立つような $v_k(i, j)$ を選択する。

$$(t \times \tilde{v}_k(i, j)) \tilde{v}_{k'}(i, j)^T \geq 0, \quad (4)$$

$$(t \times \tilde{v}_k(i, j)) \tilde{v}_{k'}(i, j)^T \leq 0. \quad (5)$$

このように選択された端点を、 k が小さい方から $\mu(i, j), \nu(i, j)$ とする。選択される端点はほとんど 2 つであるが、4 つのうち 2 つの端点のエピポーラ平面が重なっているときに限り、3 つの端点を選ばれる。その際、エピポーラ平面が重なっている 2 つの端点からいずれの端点を選んでもよいが、図 2 からわかる点の特殊性により、 $v_1(i, j)$ が含まれる場合には $v_1(i, j)$ を必ず選ぶことにする。

選んだ 2 端点 $\mu(i, j), \nu(i, j)$ に対して $h_{\mu(i, j)}(\tilde{x}'), h_{\nu(i, j)}(\tilde{x}')$ を以下のように定義する($\tilde{\mu}(i, j)$ は、 $\mu(i, j)$ をカメラ座標系 C で表したときの座標)。

$$h_{\mu(i, j)}(\tilde{x}') = \begin{cases} \tilde{\mu}(i, j) E \tilde{x}'^T & (\mu(i, j) \text{ が (4) によって} \\ & \text{選ばれたとき}) \\ -\tilde{\mu}(i, j) E \tilde{x}'^T & (\mu(i, j) \text{ が (5) によって} \\ & \text{選ばれたとき}) \end{cases}$$

$h_{\nu(i, j)}(\tilde{x}')$ も同様に定義する。すると、離散エピポーラ線を表す連立不等式は以下ようになる。

$$\begin{cases} h_{\mu(i, j)}(\tilde{x}') > 0 \\ h_{\nu(i, j)}(\tilde{x}') > 0 \end{cases}$$

ただし、 $\mu(i, j) = v_1(i, j)$ のときは

$$\begin{cases} h_{\mu(i, j)}(\tilde{x}') \geq 0 \\ h_{\nu(i, j)}(\tilde{x}') > 0 \end{cases}$$

この連立不等式がエピポーラ不等式となる。

第 1 画像の画素 $(i, j) \in K$ から決定されるエピポーラ不等式が満たす第 2 画像 I' の領域は次のように定義される。

$$D(i, j) = \begin{cases} \{x' \in I' \mid h_{\mu(i, j)}(\tilde{x}') > 0, h_{\nu(i, j)}(\tilde{x}') > 0\} \\ & (\mu(i, j) \neq v_1(i, j) \text{ のとき}) \\ \{x' \in I' \mid h_{\mu(i, j)}(\tilde{x}') \geq 0, h_{\nu(i, j)}(\tilde{x}') > 0\} \\ & (\mu(i, j) = v_1(i, j) \text{ のとき}) \end{cases}$$

一方、第2画像上の任意の画素を (i', j') とすると、 (i', j') に対応する I' における領域は次のように定義される。

$$\Omega(i', j') = \{(x', y') \in I' \mid r'_x(i' - \frac{1}{2}) < x' \leq r'_x(i' + \frac{1}{2}), r'_y(j' - \frac{1}{2}) < y' \leq r'_y(j' + \frac{1}{2})\}.$$

$D(i, j)$, $\Omega(i', j')$ を用いて、第2画像 I' 上でエピソード不等式を満たす画素の集合は以下のように表され、 $(i, j) \in K$ に対する離散エピソード線となる。

$$Q(i, j) = \{(i', j') \in K' \mid D(i, j) \cap \Omega(i', j') \neq \emptyset\}.$$

ここに、 K' は第2画像上の画素の集合であり、第2画像の x 方向、 y 方向の解像度 $1/r'_x$, $1/r'_y$ を用いて次のように定義する。

$$K' = \{(i', j') \in \mathcal{Z}^2 \mid r'_x(i' - \frac{1}{2}) < x' \leq r'_x(i' + \frac{1}{2}), r'_y(j' - \frac{1}{2}) < y' \leq r'_y(j' + \frac{1}{2}), (x', y') \in I'\}.$$

いま、カメラ1、カメラ2の観測可能な3次元空間 V, V' に対して積集合 $V \cap V'$ 内の点 P を考え、(1), (2) にしたがって得られる画素の組 $(i, j) \in K$, $(i', j') \in K'$ を対応画素とよぶことにする。すると、 $Q(i, j)$ の定義より次の命題が成り立つ。

[命題2] (i, j) の対応画素 (i', j') は必ず $Q(i, j)$ に含まれる。さらに、系1が成り立つ。

[系1] 対応画素の視線錐は、 $V \cap V'$ 内で必ず交わる。

従来の定式化であるエピソード方程式に従って実際の画像で対応画素を選んで、2本の視線が交わらないことがある[5]。そのような場合、視線の交点として3次元空間内の点を復元することができない。しかし、離散エピソード幾何の定式化に基づいて選ばれた対応画素から構成される視線錐は、画像上にどのような量子化誤差が存在したとしても、必ず交差する。すなわち、離散エピソード幾何の定式化に基づく対応画素に対応する復元領域は必ず存在する。

3.4 離散エピソード線の性質

離散エピソード線には以下のような性質がある。

[性質1] 第1画像上のエピソード付近の画素に対応するエピソード不等式を満たす領域は広い。また、エピソードから離れた位置にある画素ではその領域は狭くなる。

[性質2] 第1画像上に存在するエピソードを含む画素に対応する離散エピソード線は第2画像全体となる。

4. 対応画素からの3次元復元

エピソード幾何では、画素上の対応点から3次元空間の点を視線の交点として復元する。一方、離散エピソード幾何では対応しているのは点ではなく、面上の広がりを持つ画素であり、対応画素から復元されるのは視線錐の交わりとして定められる領域となる。

いま、第1画像上の画素 $(i, j) \in K$ と第2画像上の画素 $(i', j') \in Q(i, j) \subset K'$ が対応しているとする。画素 (i, j) の4端点 $v_k(i, j)$ ($k = 1, 2, 3, 4$) を用いると、画素 (i, j) の視線錐が表す領域は次の4つの不等式を満たす。

$$(\tilde{v}_1(i, j) \times \tilde{v}_2(i, j))\mathbf{X}^T \leq 0. \quad (6)$$

$$(\tilde{v}_2(i, j) \times \tilde{v}_3(i, j))\mathbf{X}^T < 0. \quad (7)$$

$$(\tilde{v}_3(i, j) \times \tilde{v}_4(i, j))\mathbf{X}^T < 0. \quad (8)$$

$$(\tilde{v}_4(i, j) \times \tilde{v}_1(i, j))\mathbf{X}^T \leq 0. \quad (9)$$

同様に、画素 (i', j') の4端点を $v'_k(i', j')$ とする ($k = 1, 2, 3, 4$) と、画素 (i', j') の視線錐が表す領域は次の4つの不等式を満たす。

$$((\tilde{v}'_1(i', j') - t) \times (\tilde{v}'_2(i', j') - t))(\mathbf{X} - t)^T \leq 0. \quad (10)$$

$$((\tilde{v}'_2(i', j') - t) \times (\tilde{v}'_3(i', j') - t))(\mathbf{X} - t)^T < 0. \quad (11)$$

$$((\tilde{v}'_3(i', j') - t) \times (\tilde{v}'_4(i', j') - t))(\mathbf{X} - t)^T < 0. \quad (12)$$

$$((\tilde{v}'_4(i', j') - t) \times (\tilde{v}'_1(i', j') - t))(\mathbf{X} - t)^T \leq 0. \quad (13)$$

ここで t は、 C におけるカメラ2の投影中心の座標を表す。

(6)~(13) を満たす領域 F が、対応画素 (i, j) , (i', j') から復元される領域となる。

[命題3] 対応画素から復元されるのは、点ではなく、多面体(最大8つの不等式を満たす領域)になる。

5. 対応画素からの3次元復元実験と考察

離散エピソード幾何に基づき、数値データを用いて3次元復元のシミュレーション実験を行った。

実験は以下の手順に従った。 $R, t, f, f', 1/r_x, 1/r_y, 1/r'_x, 1/r'_y$ の値を与える。 $V \cap V'$ 内のある1点 P を入力し、(1), (2) を用いて投影した後、その投影像を量子化する。2枚のデジタル画像中で P に対応する画素対 (i, j) , (i', j') を求め、(6)~(13) に基づいて、その画素対からの3次元復元領域 $F(P)$ を出力する。

本実験では、画素 (i, j) の視線錐と、画素 (i', j') の視線錐の交わった領域 $F(P)$ を可視化した。そして、 $F(P)$ の体積 $l_1(F(P))$ と $F(P)$ 内の最大距離 $l_2(F(P))$ を求めた。 $F(P)$ の体積は、3次元空間を離散化し、(6)~(13) を満たす領域内の格子点の数で近似した。3次元空間を離散化する際、その解像度が低いと体積を十分近似できないので、3次元空間の格子幅を十分小さくした。また、 $l_2(F(P))$ は以下のように定義される。

$$l_2(F(P)) = \max_{x, y \in F(P)} d(x, y).$$

ただし、 $d(x, y)$ は x と y のユークリッド距離を表す。一方、 $F(P)$ のベースライン方向 (t の方向) の距離を $l_3(F(P))$ 、 P に対応するエピソード平面と平行で、かつ、ベースラインと垂直な方向

$$\tau = P - \frac{Pt^T}{|t|^2}t$$

の距離を $l_4(F(P))$ とし、 $l_3(F(P))$ と $l_4(F(P))$ を以下のように定義する。

$$l_3(F(P)) = \frac{1}{|t|} \left(\max_{x \in F(P)} xt^T - \min_{y \in F(P)} yt^T \right),$$

$$l_4(F(P)) = \frac{1}{|\tau|} \left(\max_{x \in F(P)} x\tau^T - \min_{y \in F(P)} y\tau^T \right).$$

$l_1(F(P)) \sim l_4(F(P))$ を用いて $F(P)$ を評価した。 $l_1(F(P))$ と $l_2(F(P))$ が小さければ、 $F(P)$ は小さくなるので、その復元精度は高いと考えられる。また、 $l_3(F(P))$ と $l_4(F(P))$ を用いることによって、方向性を考慮した復元精度を評価することができる。

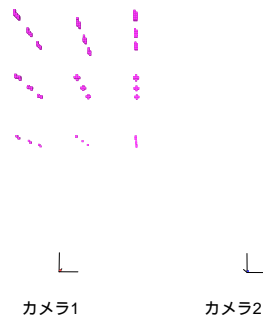
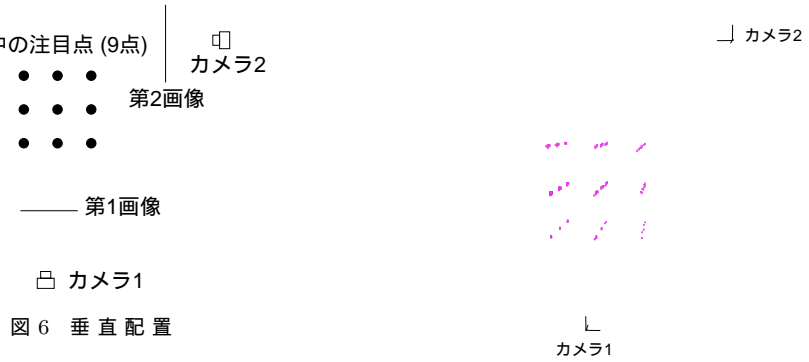
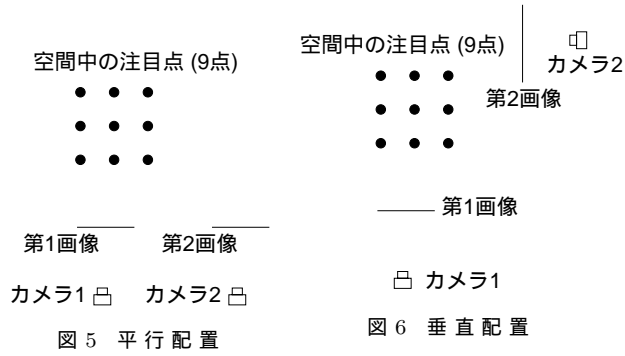


図7 可視化された $F(P)$ (平行配置)



図8 可視化された $F(P)$ (垂直配置)



図9 可視化された $F(P)$ (低解像度垂直配置)

各入力 $P \in W_{xy} \times W_{xy} \times W_z$ に対して、2台のカメラ配置や画像の解像度によって復元される領域がどのようになるかを確認する三通りの実験を行った。ただし、 $W_{xy} = \{-20, 10, 40\}$ 、 $W_z = \{70, 100, 130\}$ とし、入力の個数は 27 点とした。また、 $f = f' = 50$ とした。

1. 平行配置：2台のカメラの光軸が平行になるようにカメラを配置し、画像の解像度を 1 とした場合 (図5 参照)。

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, t = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$1/r_x = 1/r_y = 1, 1/r'_x = 1/r'_y = 1.$$

2. 垂直配置：2台のカメラの光軸が垂直になるようにカメラを配置し、画像の解像度を 1 とした場合 (図6 参照)。

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, t = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 200 \end{bmatrix},$$

$$1/r_x = 1/r_y = 1, 1/r'_x = 1/r'_y = 1.$$

3. 低解像度垂直配置：垂直配置 (上記参照) で、画像の解像度のみを 0.5 にした場合 (図6 参照)。

$$1/r_x = 1/r_y = 0.5, 1/r'_x = 1/r'_y = 0.5.$$

それぞれのカメラ配置の下で復元された $F(P)$ を可視化した結果を図7~9に示す。図から分かるように、 $F(P)$ は大きさを持った領域となっている。また、 $F(P)$ の大きさは P の位置によって異なる。

図10~12は、それぞれのカメラ配置において、 $l_1(F(P))$ と $l_2(F(P))$ による $F(P)$ の分布を表したグラフである。原点に

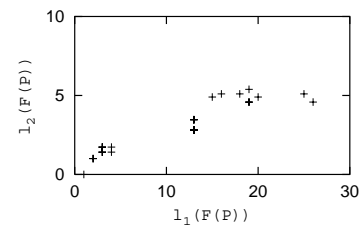


図10 $l_1(F(P))$ と $l_2(F(P))$ による $F(P)$ の分布 (平行配置)

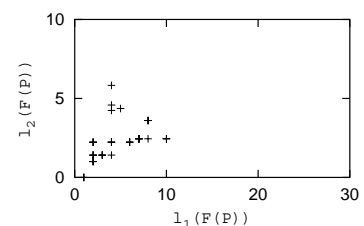


図11 $l_1(F(P))$ と $l_2(F(P))$ による $F(P)$ の分布 (垂直配置)

近いところにある $F(P)$ の復元精度は高いといえる。図10と図11を比較すると、図11の方が原点近くにより多くの $F(P)$ が分布している。つまり、平行配置よりも、垂直配置の方が復元精度は高いと考えられる。表示のスケールが違うことに注意して、図11と図12を比較すると、図11の方が原点近くにより多くの $F(P)$ が集中していることがわかる。このことより、画像の解像度が高い方が復元精度が高いといえる。

図13~15はそれぞれのカメラ配置において $l_3(F(P))$ と $l_4(F(P))$ による $F(P)$ の分布を表したグラフである。 $l_3(F(P))$

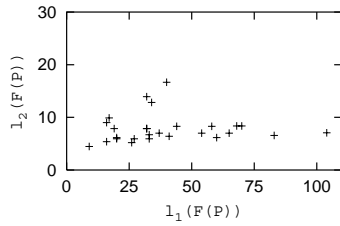


図 12 $l_1(F(P))$ と $l_2(F(P))$ による $F(P)$ の分布 (低解像度垂直配置)

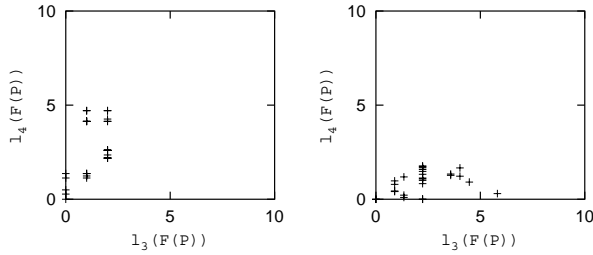


図 13 $l_3(F(P))$ と $l_4(F(P))$ による $F(P)$ の分布 (平行配置) 図 14 $l_3(F(P))$ と $l_4(F(P))$ による $F(P)$ の分布 (垂直配置)

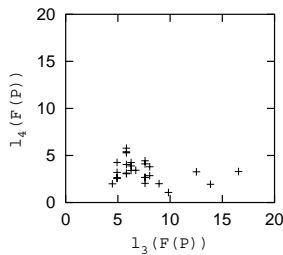


図 15 $l_3(F(P))$ と $l_4(F(P))$ による $F(P)$ の分布 (低解像度垂直配置)

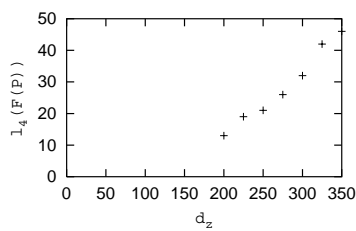


図 16 d_z と $l_4(F(P))$ による $F(P)$ の分布 (平行配置)

と $l_4(F(P))$ はベースライン方向を基準にした方向性を考えているので、その分布はカメラ配置と P の位置によって決まる。例えば、平行配置の場合、 $l_4(F(P))$ の値が大きい $F(P)$ が存在する。それらは、奥行き方向 τ に広がりを持つ形状になっている。一方、垂直配置や低解像度垂直配置の場合、 $l_3(F(P))$ の値が大きい $F(P)$ が存在し、ベースライン方向 t に広がりを持つ形状になっている。このことから、カメラ配置によって、 $F(P)$ の形状に特徴があらわれることがわかる。

そこで、平行配置において、 $l_4(F(P))$ とカメラから注目点までの z 軸方向の距離 d_z に着目して復元精度を評価した (z 軸方向と τ 方向はほぼ一致すると考えてもよい)。図 16

は $d_z = \{200, 225, 250, 275, 300, 325, 350\}$ となる P に対する $F(P)$ を評価した結果である。図 16 より、 d_z が大きければ、 $l_4(F(P))$ も大きくなっている。すなわち、平行配置の場合、 P がカメラから離れば離れるほど、 $F(P)$ が奥行き方向 τ に広がるのがわかる。この結果は、文献 [1] でも得られている。しかし、文献 [1] では、カメラ配置に依存する誤差モデルを決め、そのモデルにしたがって復元精度を評価していた。そのため、提案された誤差モデルを適用できるカメラ配置は平行配置に特定されていた。一方、離散エピポラ幾何を用いた復元では、カメラ配置に依存する誤差モデルを考える必要がなく、あらゆるカメラ配置においてその精度を評価することができる。

6. おわりに

本稿では、画像上の最小単位は画素であるという立場にたち、連続空間での定式化に立脚するエピポラ幾何に現れる諸概念を離散の立場から数学的に再定義した。具体的には、視線に対して視線錐、エピポラ平面に対して離散エピポラ平面、エピポラ線に対して離散エピポラ線を定義し、離散エピポラ幾何を構築した。これにより、離散であることを意識した命題、つまり、画素に関する命題がいくつか得られ、そのうち命題 2 と系 1 は特に重要であると考えている。従来の定式化に基づいて対応画素を選んでも、2 本の視線が交差しないことがあったが、命題 2、系 1 によって、離散エピポラ幾何の定式化では、どのような量子化誤差の存在下でも、対応画素の存在可能領域を限定し、対応画素からの復元領域の存在を保證することができるからである。また本稿では、離散エピポラ幾何の応用として、3 次元復元の実験を行い、量子化やカメラ配置によって対応する画素対から復元される 3 次元領域の大きさや形が異なることを実験的に示した。なお、本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金 (No.15700152, No.16650040) の助成の下で行われたものである。

文 献

- [1] S. D. Blostein and T. S. Huang: Error Analysis in Stereo Determination of 3-D Point Positions, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 9 (1987), No. 6, 752-765.
- [2] O. Faugeras: *Three-Dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint*, MIT Press, 1993.
- [3] D. Forsyth and J. Ponce: *Computer Vision: A Modern Approach*, Prentice Hall, 2002.
- [4] R. Furukawa and H. Kawasaki: Error Analysis of 3D Measurement System Based on Sensitivity of Measuring Conditions, *Proc. of ACCV*, Vol. 2, 664-669, 2004.
- [5] R. Hartley and P. Sturm: Triangulation, *CVIU*, Vol. 68 (1997), No. 2, 146-157.
- [6] R. Hartley and A. Zisserman: *Multiple View Geometry in Computer Vision*, Cambridge Univ. Press, 2000.
- [7] K. Kanatani: *Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice*, Elsevier, 1996.
- [8] 金谷 健一, 三島 等: 未校正カメラによる 2 画像からの 3 次元復元とその信頼性評価, 情報処理学会論文誌コンピュータビジョンとイメージメディア, vol. 42, No. SIG 6, pp. 1-8, 2001.
- [9] 松山, 久野, 井宮編: コンピュータビジョン: 技術評論と将来展望, 新技術コミュニケーションズ, 1998.
- [10] P. Meer, D. Mintz, D. Y. Kim and A. Rosenfeld: Robust Regression Methods in Computer Vision, *Int. J. of Computer Vision*, Vol. 6 (1991), 59-70.
- [11] J. J. Rodriguez and J. K. Aggarwal: Stochastic Analysis of Stereo Quantization Error, *IEEE Trans. on PAMI* Vol. 12 (1990), No. 5 pp. 467-470.
- [12] 佐藤淳: コンピュータビジョン: 視覚の幾何学, コロナ社, 1999.
- [13] C. V. Stewart: Robust Parameter Estimation in Computer Vision, *SIAM Reviews*, Vol. 41 (1999), No. 3, 513-537.